Session 2006 0606-MV ST 12

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE de VEHICULES AUTOMOBILES

***Options* : Voitures Particulières, Véhicules Industriels, Bateaux de Plaisance, Motocycles**

Domaine E1 – Epreuve Scientifique et Technique

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures **Corrigé** Coefficient : 2

La calculatrice est autorisée.

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas de la copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Le sujet comporte 7 pages dont :

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

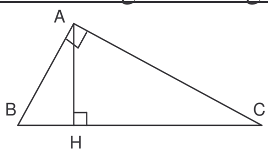
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

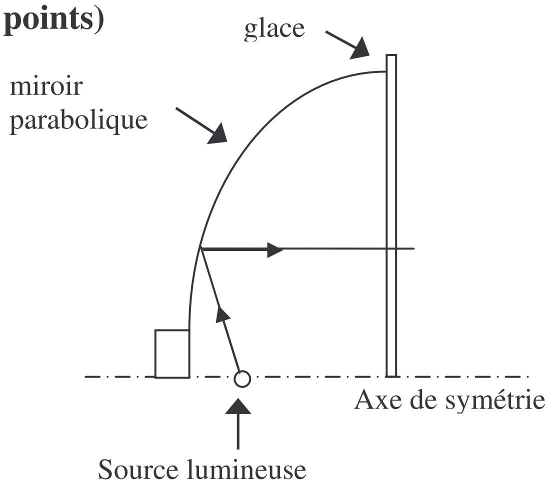
$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

<u>MATHEMATIQUES</u> (15 points)

<u>Exercice 1</u> Etude d'un miroir (10 points)

SCHEMA



Un phare de voiture utilise un miroir parabolique

(voir schéma ci contre)

Cette forme est engendrée par rotation d'un arc de parabole

autour de son axe de symétrie

Le tracé de l'**annexe 1 page 5/7** représente une partie de l'arc de parabole.

1. Détermination d'une parabole.

Soit la parabole d'équation $y = ax^2 + b$ où a et b sont des réels que l'on va déterminer.
Dans le repère orthonormé défini dans l'**annexe 1 page 5/7**, la parabole passe par les points :
A de coordonnées (– 4 ; + 5) et B de coordonnées (+ 2 ; + 2).

1.1. Montrer que a et b vérifient le système d'équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} 16\,a + b = 5 \\ 4\,a + b = 2 \end{cases}$$

Corrigé

en A : $5 = a \times (-4)^2 + b \Rightarrow \mathbf{5 = 16\,a + b}$

en B : $2 = a \times 2^2 + b \Rightarrow \mathbf{2 = 4a + b}$

1.2. Résoudre ce système.

$$\begin{cases} 16a + b = 5 & ① \\ 4a + b = 2 & ② \end{cases}$$

① – ② : $12a \quad = 3 \Rightarrow a = \frac{12}{3} = \mathbf{\frac{1}{4} = 0{,}25}$

② : $4 \times \frac{1}{4} + b = 2 \Rightarrow 1 + b = 2 \Rightarrow b = 2 - 1 \Rightarrow \mathbf{b = 1}$

1.3. En déduire l'équation de la parabole.

$$y = ax^2 + b \Rightarrow \mathbf{y = \frac{1}{4}x^2 + 1}$$

2. Etude d'une fonction.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [–5 ; + 5] par $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$.

2.1. Soit f' la dérivée de f ; déterminer $f'(x)$.

$f'(x) = 2 \times \frac{1}{4}x \Rightarrow \mathbf{f'(x) = \frac{1}{2}x}$

2.2. Dans l'**annexe 1 page 5/7** :

a) Compléter le tableau de variation de la fonction f ;

b) Compléter le tableau de valeurs de $f(x)$;

c) Tracer la représentation graphique $\mathscr{P}$ de la fonction f.

2.3. a) Résoudre par le calcul $f(x) = 6$.

$f(x) = 6 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 + 1 = 6 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 = 6 - 1 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = 5 \times 4 \Rightarrow x^2 = 20 \Rightarrow \mathbf{x = \pm\sqrt{20}} \Rightarrow x = \pm 4{,}47$

b) Dans le repère défini dans l'**annexe 1 page 5/7**, tracer la droite d'équation y = 6 ,

c) Placer les points d'intersection C et D de cette droite avec l'arc de parabole où $x_C < x_D$.

Voir annexe 1

Corrigé

3. Utilisation.

3.1. Des rayons lumineux émis d'un point particulier F appelé foyer de la parabole sont réfléchis sur le miroir parabolique parallèlement à l'axe de symétrie O*y*. Dans l'annexe 1 page 5/7, tracer les rayons émis de F et se réfléchissant aux points A et B sur le miroir.

Voir annexe 1

3.2. On insère le phare dans un boîtier cylindrique de diamètre CD et de hauteur CC' où C' est la projection orthogonale de C sur l'axe des abscisses.
Déterminer en cm^3 le volume de ce boîtier.

Diamètre CD : 9 cm

Hauteur CC' : 6 cm

Volume d'un cylindre : $V = \pi R^2 h = \pi \times (9/2)^2 \times 6 = \pi \times 20,25 \times 6 \approx$ **380 cm^3**

Exercice 1 **Etude d'un chiffre d'affaires** **(5 points)**

Le chiffre d'affaires annuel d'une concession automobile sur la période 1998 à 2005 est donné dans le tableau suivant :

Année	Rang de l'année x_i	Chiffres en millions d'euros y_i
1998	1	4 000
1999	2	4 100
2000	3	4 250
2001	4	4 450
2002	5	5 000
2003	6	5 150
2004	7	5 220
2005	8	5 390

Corrigé

On se place dans le repère défini dans l'**annexe 2 page 6/7**.

1. Construire le nuage de points de la série statistique double (x_i ; y_i) sur l'**annexe 2 page 6/7**.

2. Calculer les coordonnées du point G correspondant au point moyen des huit années et placer ce point dans le repère.

moyenne des x_i : $\dfrac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = 4{,}5$

moyenne des y_i : $\dfrac{4\,000 + 4\,100 + 4\,250 + 4\,450 + 5\,000 + 5\,150 + 5\,220 + 5\,390}{8} = 4695$

G (4,5 ; 4695)

3. On donne le point K de coordonnées (2,5 ; 4 200).
   3.1. Placer ce point dans le repère et tracer la droite (GK)
   3.2. Déterminer l'équation de la droite (GK)

K (2,5 ; 4 200) G (4,5 ; 4695)

Equation générale d'une droite : y = ax + b

Coefficient directeur : $a = \dfrac{y_G - y_K}{x_G - x_K} = \dfrac{4695 - 4200}{4{,}5 - 2{,}5} = \dfrac{495}{2} = 247{,}5$

Donc : y = 247,5 x + b

Ordonnée à l'origine : $b = y_K - 247{,}5\, x_K \Rightarrow b = 4200 - 247{,}5 \times 2{,}5 \Rightarrow b = 4200 - 618{,}75 \Rightarrow b = 3581{,}25$

Equation de la droite (GK) : **y = 247,5 x + 3581,25**

4. La droite (GK) est une droite d'ajustement affine de la série statistique.
   En utilisant cet ajustement, déterminer le chiffre d'affaires en 2006.

En 2006 : $x = 9 \Rightarrow y = 247{,}5 \times 9 + 3591{,}25 \Rightarrow y = 2227{,}5 + 3581{,}25 \Rightarrow y = 5808{,}75$

En 2006, le chiffre d'affaires sera de **5808,75 €**

Graphiquement : y ≈ 5800 €

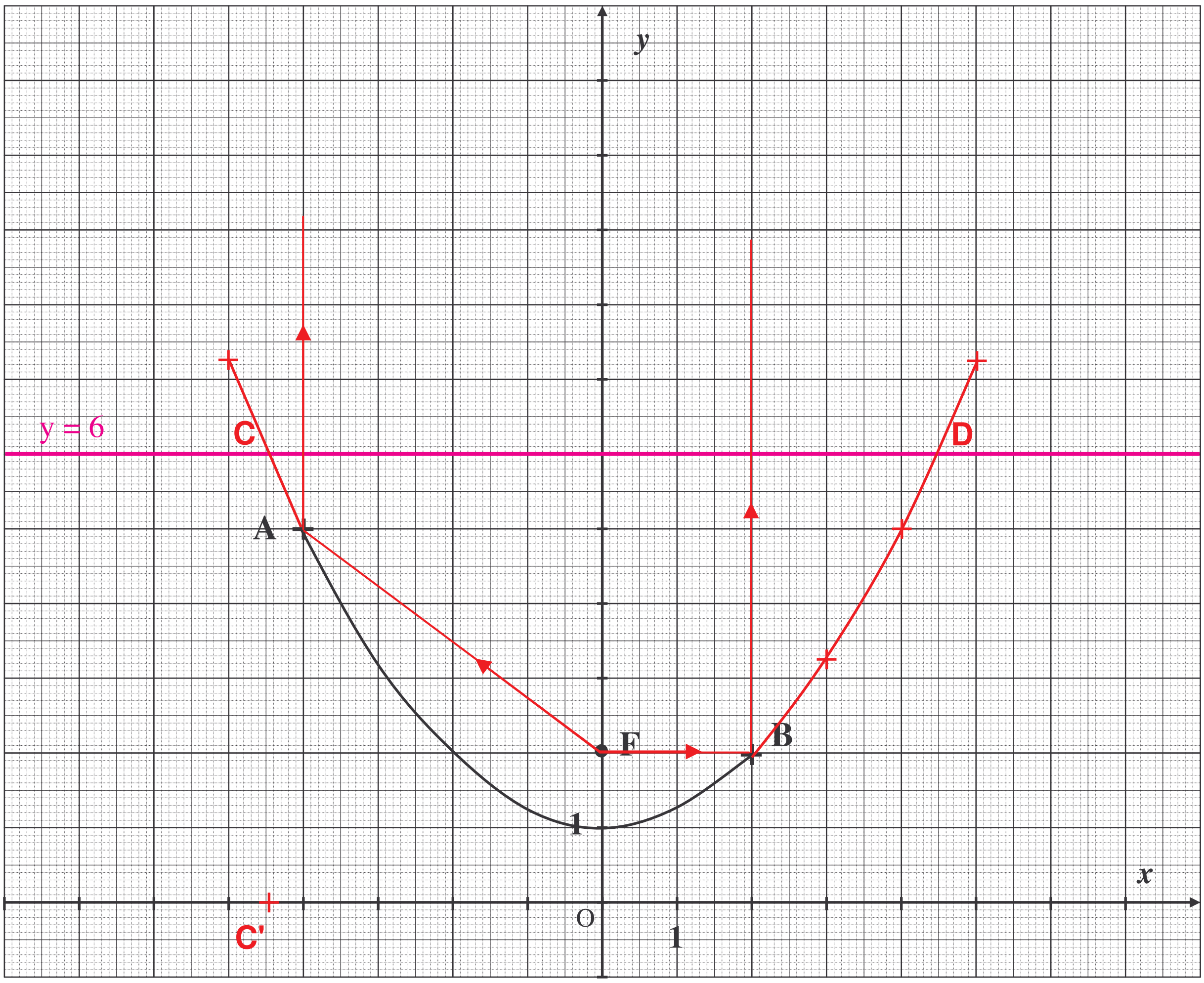
Annexe 1 (A RENDRE AVEC LA COPIE)

Tableau de variations :

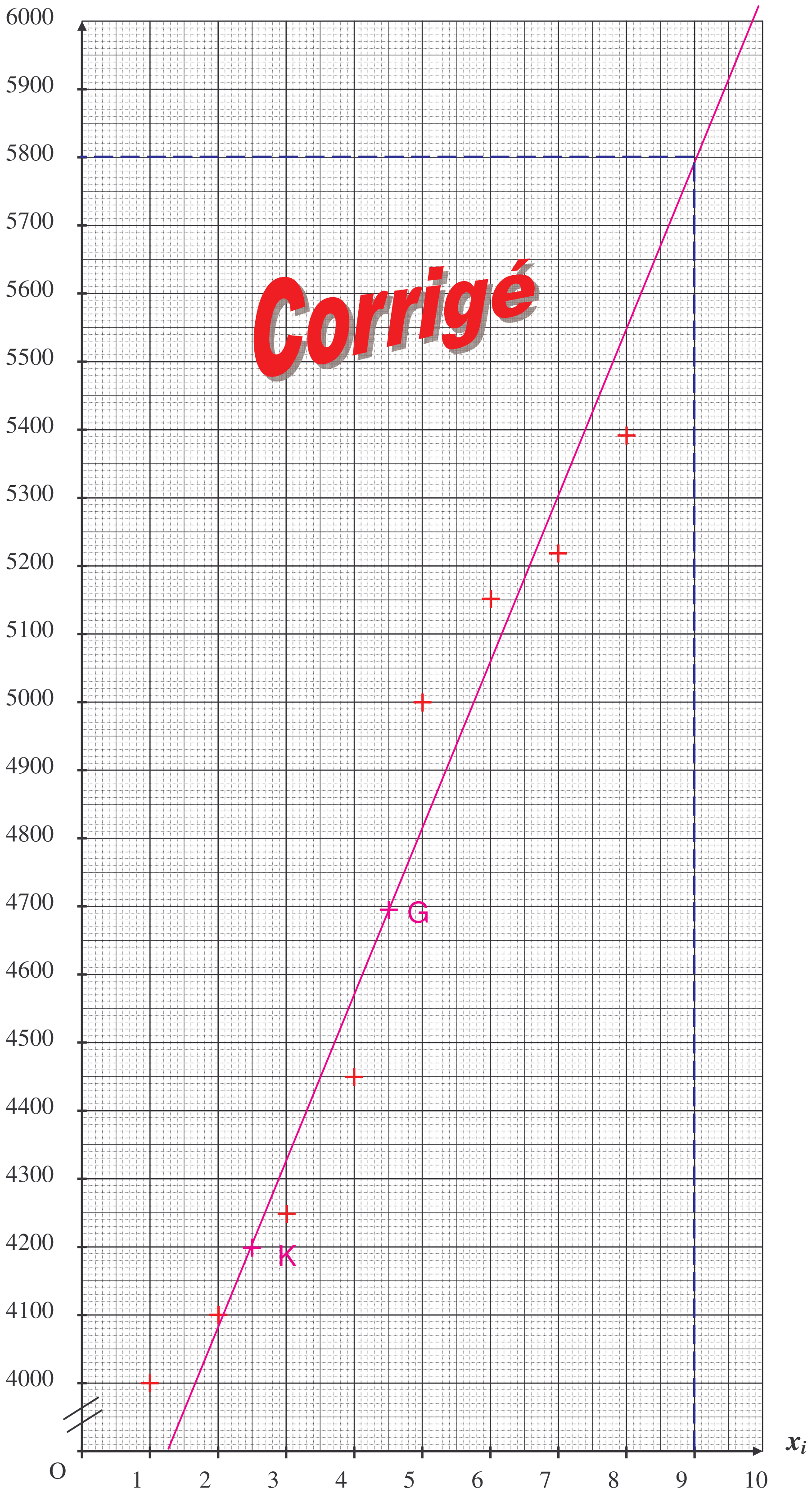
x	**–5**	**0**	**5**
Signe de $f(x)$	**–**	**0**	**+**
Variation de la fonction	**7,25** ↘	**1**	↗ **7,25**

Tableau de valeurs

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	**7,25**	5	**3,25**	**2**	**1,25**	**1**	**1,25**	2	**3,25**	**5**	**7,25**



<u>Annexe 2</u> (A RENDRE AVEC LA COPIE)



SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

FORMULAIRE

$U = RI \quad P = RI^2 \quad v = \pi D f \quad v = \pi D n$

$I = \dfrac{Q}{t} \quad P = UI \quad \omega = 2\pi n$

Exercice 3 **(3 points)**

Une automobiliste oublie d'éteindre les feux de son véhicule.

Restent en fonctionnement :

* 4 feux de position de 5 W chacun,
* 2 ampoules de plaque minéralogique de 5 W chacune,
* 2 projecteurs de route de 60 W chacun.

Corrigé

On néglige la consommation de l'éclairage du tableau de bord.
La capacité de la batterie d'accumulateurs est de 60 Ah.
La tension à ses bornes dans ces conditions est 12 V.

1. Calculer, en watt, la puissance électrique totale P des feux restés en fonction.

$P = 4 \times 5 + 2 \times 5 + 2 \times 60 = 20 + 10 + 120 = \mathbf{150\ W}$

2. Calculer, en ampère, l'intensité I du courant électrique débité par la batterie.

$I = \dfrac{P}{U} \Rightarrow I = \dfrac{150}{12} = \mathbf{12{,}5\ A}$

3. Calculer, en heure, la durée t de décharge complète de la batterie d'accumulateurs.

$t = \dfrac{Q}{I} \Rightarrow t = \dfrac{60}{12{,}5} = \mathbf{4{,}8\ h}$

Exercice 4 **(2 points)**

Une des roues avant d'une automobile es mal équilibrée.
Ce défaut provoque des vibrations du volant.

1. La roue a un diamètre de 43 cm.
   Calculer, en hertz, la fréquence f des vibrations lorsque le véhicule roule à une vitesse v de 90 km/h. Arrondir le résultat au centième.

$v = \pi D f \Rightarrow f = \dfrac{v}{\pi D}$ avec v en m/s, D en m

$v = \dfrac{90}{3{,}6} = 25$ m/s, D = 43 cm = 0,43 m $\Rightarrow f = \dfrac{25}{\pi \times 0{,}43} = \mathbf{18{,}51\ Hz}$

2. A 22 tr/s, l'amplitude des vibrations est telle que ces dernières ne sont plus ressenties au niveau du volant.

   2.1. Calculer, en m/s, la vitesse v du véhicule. Arrondir le résultat au centième.

$v = \pi D n = \pi \times 0{,}43 \times 22 = \mathbf{29{,}72\ m/s}$

   2.2. Calculer, en km/h, la vitesse v. Arrondir le résultat à l'unité.

$v = 29{,}72 \times 3{,}6 = \mathbf{107\ km/h}$

   2.3. Calculer, en rad/s, la vitesse angulaire ω de la roue pour une fréquence de rotation n de 22 tr/s. Arrondir le résultat à l'unité.

$\omega = 2\pi n = 2 \times \pi \times 22 = \mathbf{138\ rad/s}$